jawaban-latihan-soal

September 18, 2019

1 No.1

Peluang pasien untuk sembuh dari suatu penyakit kelainan sel darah merah adalah 0.4. Jika 15 orang diketahui telah tertular penyakit ini, tentukan peluang bahwa: ##### Terdapat setidaknya 10 orang yang bertahan/sembuh ##### Terdapat tiga sampai delapan orang yang bertahan/sembuh ##### Terdapat pasti 5 orang yang sembuh.

Hint: Misalkan X adalah variable acak jumlah pasien yang sembuh dari 15 orang yang terpapar di atas. Jika peluang p adalah peluang seorang pasien sembuh dari kelainan darah tersebut, maka peluang seorang pasien tidak sembuh adalah 1-p=0.6. Ini adalah kasus distribusi ???. Jadi, tentukan : a. P(X10), b. P(3X8), c. P(X=5)

2 Jawaban No.1

Kita dapat mengasumsikan kejadian kejadian merupakan kejadian diskrit Binomial atau POisson. Namun karena jumlah percobaan n=15 relatif kecil, maka kejadian Binomial lebih tepat. Misal X : variabel acak jumlah pasien yang sembuh, $n = 15$, $p = 0.4$.

Asumsi distribusi Binomial

a. $P(X \geq 10) = \sum_{i=10}^{15} P(X = i) = \binom{15}{10}0.4^{10}0.6^{5} + \binom{15}{11}0.4^{11}0.6^{4} + \binom{15}{12}0.4^{12}0.6^{3} + \binom{15}{13}0.4^{13}0.6^{2} + \binom{15}{14}0.4^{14}0.6^{1} + \binom{15}{15}0.4^{15}0.6^{0} = 0.338$

b. $P(3 \geq X \geq 8) = \sum_{i=3}^{8} P(X = i) = \binom{15}{3}0.4^{3}0.6^{12} + \binom{15}{4}0.4^{4}0.6^{11} + \binom{15}{5}0.4^{5}0.6^{10} + \binom{15}{6}0.4^{6}0.6^{9} + \binom{15}{7}0.4^{7}0.6^{8} + \binom{15}{8}0.4^{8}0.6^{7} = 0.878$

c. $P(X = 5) = p(5) = \binom{15}{5}0.4^{5}0.6^{10} = 0.186$

Asumsi distribusi Poisson (Tidak tepat karena n=15 kecil)

$P(X = x) = p(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$

$\lambda = n \cdot p = 15 \cdot 0.4 = 6$

Jadi,

a. $P(X \geq 10) = \sum_{i=10}^{15} P(X = i) = \frac{6^{10}e^{-6}}{10!} + \frac{6^{11}e^{-6}}{11!} + \frac{6^{12}e^{-6}}{12!} + \frac{6^{13}e^{-6}}{13!} + \frac{6^{14}e^{-6}}{14!} + \frac{6^{15}e^{-6}}{15!} = 0.083$

b. $P(3 \geq X \geq 8) = \sum_{i=3}^{8} P(X = i) = 0.785$

c. $P(X = 5) = p(5) = 0.1606$

[70]:
```
# Baris program untuk menghitung fungsi distribusi binomial
import scipy.stats as ss
import numpy as np


def peluang_binom(n,p,max_bets, min_bets):
    hh = ss.binom(n, p) # call fungsi binomial dnegan parameter n dan p
    total_p = 0
    for k in range(min_bets, max_bets + 1):  # ditambahkan 1 karena indeks␣
↪terakhir tidak termasuk.
        total_p += hh.pmf(k)
    return total_p

print("Nilai peluangnya adalah (Binomial) {}".format(peluang_binom(n=15,p=0.
↪4,max_bets=15,min_bets=10)))


# Baris program untuk menghitung fungsi distribusi Poisson
def peluang_poisson(mu, max_sbets, min_bets):
    hp = ss.poisson(mu) #Calling fungsi distribusi poisson
    total_p = 0
    for k in range(min_bets, max_sbets +1):
        total_p += hp.pmf(k)
        #print(k)
    return total_p

print(" Nilai total peluangnya adalah (poisson) {}".format(peluang_poisson(mu =␣
↪6,max_sbets = 5,min_bets = 5)))
```

```
Nilai peluangnya adalah (Binomial) 0.033833302884352094
 Nilai total peluangnya adalah (poisson) 0.16062314104797995
```

3 No.2

Diketahui suatu perusahaan biasanya mendapatkan 360 e-mail setiap 6 jam kerja. Tentukan peluang bahwa dalam waktu 10 menit, perusahaan itu mendapatkan setidaknya 2 e-mail.

Hint: Misal X adalah variable acak jumlah email yang diperoleh perusahaan dalam waktu 10 menit. Hitung terlebih dahulu parameter rata-rata email yang diperoleh perusahaan dalam durasi 10 menit. Jika dalam 6 jam (6 x 60 menit) diperoleh 360 email, maka dalam 10 menit diperoleh =??? email.

Gunakan hukum complement dalam peluang untuk menghitung P(X2), yaitu daripada menggunakan P(X2)= _(i=2)^P(X=i), gunakan P(X2)=1-(P(X=0)+P(X=1)).

4 Jawaban No.2

X : v.a jumlah email yang diperoleh perusahaan dalam waktu 10 menit. $\lambda = \frac{360}{36}$ merupakan rata-rata email yang diperoleh perusahaan dalam durasi 10 menit. Tentukan $P(X \geq 2)$!

$P(X = x) = p(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$

Jadi

$P(X \geq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 1 - \frac{10^0 e^{-10}}{0!} - \frac{10^1 e^{-10}}{1!} = 0.9995$

[71]:
```
# Baris program untuk menghitung fungsi distribusi Poisson

print(" Nilai total peluangnya adalah {}".format(1-peluang_poisson(mu =␣
 ↪10,max_sbets = 1,min_bets = 0)))
```

```
Nilai total peluangnya adalah 0.9995006007726127
```

5 No.3

Peluang seseorang akan mendapat reaksi buruk setelah disuntik besarnya 0,0005. Dari 4000 orang yang disuntik, tentukan peluang yang mendapat reaksi buruk:

a) tidak ada

b) ada 2 orang, dan

c) lebih dari 2 orang.

d) Tentukan juga ada berapa orang yang diharapkan akan mendapat reaksi buruk.

Hint: Distribusi Poisson adalah distribusi binomial dengan jumlah percobaan n yang besar. Misal X adalah variable acak jumlah orang yang mendapatkan reaksi buruk setelah disuntik. Peluang seseorang mendapatkan reaksi buruk p=0.0005, dengan n=4000. Kalian dapat mengerjakan ini dengan menganggap kejadian berdistribusi Binomial maupun Poisson, karena jumlah percobaan n=4000 dapat dianggap besar. Jika XPoi(x;), haruslah dicari terlebih dahulu parameter rata-rata orang yang terkena dampak buruk =np, untuk menentukan peluang pada a) P(X=0), b) P(X=2), dan c). P(X>2)

6 Jawaban No.3

X adalah variable acak jumlah orang yang mendapatkan reaksi buruk setelah disuntik. Jumlah percobaan $n = 4000$ relatif besar, maka kita asumsikan peluang kejadian mengikuti distribusi peluang Poisson. parameter $\lambda = n \cdot p = 4000 \cdot 0.0005 = 2$

a) $P(X = 0) = \frac{2^0 e^{-2}}{0!} = 0.135$

b) $P(X = 2) = \frac{2^2 e^{-2}}{2!} = 0.270$

c) $P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - \frac{2^0 e^{-2}}{0!} - \frac{2^1 e^{-2}}{1!} - \frac{2^2 e^{-2}}{2!} = 0.323$

d) $E[x] = \lambda = 2$

[72]:
```
# a.
print(" Nilai total peluangnya adalah {}".format(peluang_poisson(mu =␣
 ↪2,max_sbets = 0,min_bets = 0)))
#b.
print(" Nilai total peluangnya adalah {}".format(peluang_poisson(mu =␣
 ↪2,max_sbets = 2,min_bets = 2)))
#c.
print(" Nilai total peluangnya adalah {}".format(1-peluang_poisson(mu =␣
 ↪2,max_sbets = 2,min_bets = 0)))
```

```
 Nilai total peluangnya adalah 0.1353352832366127
 Nilai total peluangnya adalah 0.2706705664732254
 Nilai total peluangnya adalah 0.3233235838169365
```

7 No.4

Pada tahun 2018 dilakukan penelitian di pedalaman desa X. Diperoleh data bahwa rata-rata terdapat 2,5 orang berambut gimbal dari 175 orang. Tahun ini (2019) diambil 525 orang untuk sampel percobaan. Dengan menggunakan pendekatan Poisson, tentukan peluang pada percobaan tahun 2019, diperolehnya orang yang tidak memiliki rambut gimbal.

Hint : Hint dari soal adalah "rata-rata orang berambut gimbal pada tahun 2018" =2,5 dari 175. Parameter pada distribusi Poisson sangat bergantung kepada jumlah sampel n. Karena jumlah sampel 525 adalah tiga kali lipat dari 175, maka nilai parameter untuk sampel 2019 adalah tiga kali parameter 2018.

8 Jawaban No.4

X: v.a jumlah pemilik rambut gimbal. Nilai λ pada percobaan tahun 2019 adalah: $\lambda = 3 \cdot 2.5 = 7.5$

$P(X = 0) = \frac{7.5^0 e^{-7.5}}{0!} = 0.00055$

[77]:
```
print(" Nilai total peluangnya adalah {}".format(peluang_poisson(mu = 7.
 ↪5,max_sbets = 0,min_bets = 0)))
# bisa juga hitung langsung :
print(np.exp(-7.5))
```

```
 Nilai total peluangnya adalah 0.0005530843701478336
0.0005530843701478336
```

9 No.5

Dua ratus penumpang telah memesan tiket untuk sebuah penerbangan luar negeri. Jika peluang penumpang yang telah mempunyai tiket tidak datang sebesar 0,007, maka berapakah peluang ada 2 penumpang yang tidak datang?

Hint: Misal X adalah variable acak jumlah penumpang yang sudah memiliki tiket tidak datang untuk penerbangan. Tentukan P(X=2). Boleh diasumsikan berdistribusi peluang Binomial maupun Poisson. Jika mengasumsikan kejadian Poisson, maka hitung terlebih dahulu parameter rata-rata penumpang yang telah mempunyai tiket tidak datang, yaitu =np.

10 Jawaban No.5

X: v.a jumlah penumpang yang sudah memiliki tiket tidak datang untuk penerbangan. Jumlah percobaan n=200 dapat dianggap cukup besar sehingga kita asumsikan peluang kejadian mengikuti distribusi poisson, dengan $\lambda = n \cdot p = 200 \cdot 0.007 = 1.4$

$P(X=2) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = \frac{1.4^2 e^{-1.4}}{2!} = 0.2417$

[78]:
```
print(" Nilai total peluangnya adalah {}".format(peluang_poisson(mu = 1.
↪4,max_sbets = 2,min_bets = 2)))
# bisa juga hitung langsung :
print(1.4**2 * np.exp(-1.4) / 2)
```

```
 Nilai total peluangnya adalah 0.24166502466277437
0.24166502466277434
```

——————— END ———————

[ ]:
```

```